

A publication of Azim Premji University
together with Community Mathematics Centre,
Rishi Valley

Vol. 6, No.2, August 2017

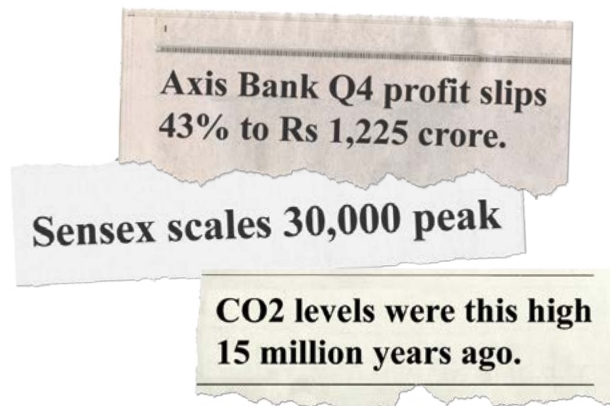
बड़ी संख्याओं की रहस्यमयी दुनिया

पद्मप्रिया शिराली

At Right Angles
A Resource for School Mathematics

बड़ी संख्याओं की रहस्यमयी दुनिया

हम तेज़ी से बढ़ती हुई एक ऐसी दुनिया में रह रहे हैं जहाँ ऐसा प्रतीत होता है जैसे सभी दिशाओं से बड़ी संख्याओं की बमबारी हो रही हो। वैश्वीकरण और ज्ञान के विस्फोट का धन्यवाद, जिसकी वजह से नियमित रूप से हमारा सामना बहुत बड़ी-बड़ी संख्याओं से होता है। फिर भी, यहाँ एक प्रासंगिक सवाल यह उठता है कि 'क्या इन संख्याओं से होने वाला सामना इन संख्याओं के आकार की समझ बनाने का कारण बनता है?' या फिर यह सम्भव है कि इन संख्याओं के निरन्तर उपयोग के कारण हम इनके आकार को कुछ कम करके आँकते हैं। क्या इन संख्याओं से अत्याधिक परिचय सही दृष्टिकोण विकसित करने में बाधक है? इसके अलावा, क्या बड़ी संख्याओं की समझ में कमी इनके इस्तेमाल में अप्रभावी व्याख्या और विचार का कारण नहीं बनेगी?



दुनिया के बारे में हमारी और विद्यार्थियों की समझ तब तक अधूरी है जब तक कि हम इन संख्याओं के आकार और इनके दायरे को समझने में सक्षम नहीं होते। हालाँकि, कई लोगों के लिए दस हज़ार और एक लाख (सौ हज़ार) जैसी अपेक्षाकृत छोटी संख्याओं को समझना या इनकी कल्पना करना भी मुश्किल हो सकता है। किसी वस्तु की दस हज़ार इकाइयाँ हमें कब दिखती हैं? क्या हमारे रोज़मर्रा के अनुभवों में इस तरह की संख्याएँ शामिल होती हैं?

क्या इस तरह की संख्याएँ विद्यार्थियों के रोज़मर्रा के जीवन में दिखती हैं? यदि नहीं, तो फिर मानसिक रूप से इस तरह की संख्याओं की कल्पना करने में शिक्षक विद्यार्थियों की मदद कैसे करते हैं। बड़ी संख्याएँ विद्यार्थियों की समझ से परे होती हैं जब तक कि वे इन संख्याओं को अपने अनुभवों से जोड़कर न देख सकें, जैसे कि भीड़ आदि। हमें अक्सर इस तरह के कथन सुनने को मिलते हैं जैसे कि 'रैली में हज़ारों लोग थे'। जबकि हो सकता है लोगों की संख्या कुछ ही सैकड़ा रही हो। क्या यह अनुमान लगाने के कौशल की कमी है? या फिर यह हज़ार की समझ की कमी है?

अब हम इस सवाल पर पहुँचते हैं कि किसी भी संख्या को एक बड़ी संख्या के रूप में कब देखा जाता है? यह सापेक्षिक है और इस बात पर निर्भर करता है कि उस संख्या को किस सन्दर्भ में देखा जा रहा है। क्या 10 एक बड़ी संख्या है? ऐसा लगता तो नहीं है। हालाँकि हम जानते हैं कि हमारा मस्तिष्क 4 से 5 वस्तुओं को बिना गिने पहचान सकता है। लेकिन वह एक नज़र में 10 वस्तुओं को पहचानने में सक्षम नहीं है। ऐसा करने के लिए मस्तिष्क के लिए 10 एक बड़ी संख्या है।

हालाँकि हम सभी इस बात को मानते हैं कि 10 हमारे लिए एक बहुत ही महत्त्वपूर्ण संख्या है क्योंकि हमारी दशमलव प्रणाली 10 पर आधारित है। बेशक ऐसा इस तथ्य के कारण है कि मनुष्यों के हाथों में 10 ऊँगलियाँ होती हैं। क्या 100 एक बड़ी संख्या है? बहुत सारे छोटे बच्चों को 100 एक बड़ी संख्या लगती है। और 100 तक की संख्याओं को धड़ल्ले से बोलने में वे गर्व महसूस करते हैं। छुपन-छुपाई का खेल अक्सर 100 तक की गिनती से शुरू होता है। क्रिकेट में किसी भी बल्लेबाज़ के लिए 100 रन बनाना एक उपलब्धि होती है। तो निश्चित रूप से 100 एक प्रभावशाली संख्या है। 100 हमें बड़ी संख्या का एक अनुभव देता है। एक ऐसी संख्या का अनुभव जिसे मनुष्य द्वारा प्राप्त किया जा सकता है। जैसे कि हम 100 बार रस्सी कूद सकते हैं, 100 मीटर तक आसानी से दौड़ सकते हैं। रोज़मर्रा में हम सैकड़ों किलोमीटर दूरी की बात करते हैं। हम सैकड़ों रुपए के कपड़े खरीदते हैं।

और 1000 के बारे में आपका क्या ख़्याल है? कोई भी 1000 तक की गिनती करने का साहस नहीं करना चाहेगा। ऐसा करने के लिए 1000 काफ़ी बड़ी संख्या है। हमारी दुनिया में भी 1000 एक बड़ी मात्रा है और इसे विभिन्न नामों से बुलाया जाता है जैसे एक किलो और k या G। किसी बस या ऑटो के सफ़र का बिल अदा करने के लिए 1000 का नोट (नोटबन्दी से पहले के दिनों में) काफ़ी बड़ा माना जाता था। हालाँकि कई वस्तुओं का मूल्य भी हज़ारों में होता है। तो हम कह सकते हैं कि हाँ यह एक बड़ी संख्या है लेकिन फिर भी यह आम है।

मुख्य शब्द : संख्या, परिमाण, बड़ा, समझ, लाख, करोड़, मिलियन, अरब, ट्रिलियन, प्रकाश वर्ष, स्थानीय मूल्य

दिलचस्प बात है कि रोमन संख्याएँ हज़ार (I V X L C D M) तक लिखी जाती हैं।

क्या एक लाख एक बड़ी संख्या है? या दस लाख (एक मिलियन) एक बड़ी संख्या है? हाँ, यह बहुत बड़ी संख्याएँ हैं लेकिन यह मनुष्य की समझ से परे नहीं हैं। हम जनसंख्या के बारे में लाखों में, सौर मण्डल की दूरियों के बारे में लाखों किलोमीटर में, मकानों की क़ीमतों के बारे में लाखों और करोड़ों रुपयों में बात करते हैं।

फिर भी जब विद्यार्थी संख्याओं की रहस्यमयी दुनिया को खोजना शुरू करते हैं तो किन्हीं बिन्दुओं पर उनका सामना अरब, खरब और इनसे भी बड़ी संख्याओं से होता है जिनके नाम बहुत ही भव्य होते हैं और जो समझने के लिए भी कठिन होती हैं। ऐसी संख्याओं से उनका सामना भौतिक विज्ञान में (खगोलीय दूरियों, परमाणुओं), जैविक विज्ञान में (कोशिकाओं की संख्या, रक्त कोशिकाओं की संख्या, रक्त की एक बूँद में मौजूद लाल रक्त कोशिकाओं, सफ़ेद रक्त कोशिकाओं) से होगा। ऐसी बड़ी संख्याओं के आकार को समझने के लिए मानकों की ज़रूरत है।

तो, ऐसी बड़ी संख्याओं की समझ विकसित करने में हम विद्यार्थियों की मदद किस तरह करें?

बड़ी संख्याओं से विद्यार्थियों का परिचय कराने के हमारे उद्देश्य क्या हों?

- बेशक़ बड़ी संख्याओं को पढ़ने व लिखने का कौशल सीखना। हालाँकि, केवल बड़ी संख्याओं को पढ़ने और लिखने के प्रक्रियात्मक कौशलों में मदद करने से विद्यार्थियों को इन संख्याओं की समझ बनाने में सहायता नहीं मिलती। उन्हें किसी एक संख्या के आकार और संख्याओं के सापेक्षिक आकार को समझने की आवश्यकता है।
- विभिन्न स्थानों के बीच के सम्बन्ध को समझना। हमारी संख्या प्रणाली एक ऐसी भाषा है जो मात्राओं और मात्राओं के बीच के सम्बन्ध का वर्णन करती है। विद्यार्थियों को इन सम्बन्धों को समझने और सरलता व लचीलेपन के साथ इन्हें उपयोग करने में सक्षम होने की आवश्यकता है। उदाहरण के लिए उन्हें यह समझ आना चाहिए कि 10 हज़ार = 100 सैकड़े = 1000 दहाइयाँ = 10,000 इकाइयाँ। दस लाख हज़ारों हज़ार के बराबर होता है। यह एक हज़ार का हज़ार गुना होता है।
- किसी सन्दर्भ में बड़ी संख्याओं की समझ बनाना फिर चाहे वह सन्दर्भ विज्ञान का हो, सामाजिक विज्ञान का या व्यवसाय का।
- बड़ी संख्याओं के प्रति विद्यार्थियों के स्वाभाविक आकर्षण को पूरा करना।
- और इससे कहीं महत्त्वपूर्ण, ऐसी संख्याओं की समझ बनाने में विद्यार्थियों की गणितीय व तार्किक शक्ति का विकास करना।

यहाँ ऐसे सवालों का एक समूह दिया गया है जो प्रक्रियात्मक कौशल, सम्बन्धपरक कौशल और आकार की समझ को बढ़ाने का कार्य कर सकते हैं।

स्थानीय मान का हमारा ज्ञान बड़ी संख्याओं को पढ़ने के हमारे तरीक़े से किस तरह से सम्बन्धित है? स्थानीय मान प्रणाली में किसी एक अंक का मान कैसे निर्धारित होता है? स्थानीय मान प्रणाली में विभिन्न स्थान एक-दूसरे से किस प्रकार से सम्बन्धित होते हैं? एक करोड़ एक लाख से कितना बड़ा है? एक हज़ार दस लाख से कितना छोटा है? एक संख्या के आकार की समझ बनाने में अनुमान किस तरह सहायता करता है? किसी संख्या के आकार को समझने में एक मानक, एक सन्दर्भ बिन्दु का इस्तेमाल किस प्रकार उपयोगी है?

उच्च प्राथमिक स्तर पर संख्याओं का परिचय

हज़ार तक की संख्याओं को प्रदर्शित करने के लिए मानक सामग्रियों (घन, फ्लैट्स, लांग्स, इकाइयों) के इस्तेमाल को फटाफट (बोर्ड पर उनके चित्र बनाकर) दोहराएँ। यह बहुत महत्त्वपूर्ण है कि आप यह मानकर न चलें कि विद्यार्थियों को स्थानीय मान प्रणाली की मूलभूत अवधारणा याद होगी। उन्हें याद दिलाएँ कि किसी भी अंक को दिया गया मान उस अंक के ठीक दाएँ स्थान (इकाइयाँ) के सन्दर्भ में उसके स्थान पर निर्भर करता है। 'प्रत्येक स्थान अपने से पहले वाले स्थान का दस गुना होता है' सम्बन्ध के इस सिद्धान्त को स्थापित करें व इसकी जाँच करें।

यदि एक बार विद्यार्थी दस हज़ार तक का समूहीकरण पैटर्न समझ जाते हैं तो फिर उन्हें स्थानीय मान प्रणाली को आगे बढ़ाने में कठिनाई नहीं होगी। भारतीय प्रणाली में नामकरण दो ब्लॉक्स (हज़ार, दस हज़ार और लाख, दस लाख आदि) में होता है। क्या विद्यार्थी नए स्थानों के मान को समझने के लिए स्थानीय मान प्रणाली के नियम (प्रत्येक स्थान अपने से दाएँ स्थान का दस गुना होता है) को लागू करना सीख रहे हैं?

अन्तर्राष्ट्रीय प्रणाली में यह स्थान एक आसान से पैटर्न का पालन करते हैं और इनका नामकरण तीन ब्लॉक्स (हज़ार, दस हज़ार, सौ हज़ार और मिलियन, टेन मिलियन, हड्रेंड मिलियन आदि) में होता है। यह ध्यान में रखने की ज़रूरत है कि मिलियन के बाद आने वाले बिलियन शब्द के दो अलग-अलग मायने होते हैं। अमेरिकन प्रणाली के अनुसार एक बिलियन 1000 मिलियन के बराबर होता है जबकि यूरोपियन प्रणाली में एक बिलियन एक मिलियन मिलियन के बराबर होता है।

विद्यार्थी स्वाभाविक रूप से उत्सुक होंगे और पूछेंगे 'अगले स्थान को क्या कहते हैं? और इस तरह हम कितने स्थानों तक जा सकते हैं?'

इस स्थान पर वे कुछ रोचक संख्याओं के नाम ढूँढ़ने के लिए इंटरनेट की मदद ले सकते हैं। जैसे उस संख्या का क्या नाम है जिसमें एक के बाद सौ शून्य हों?

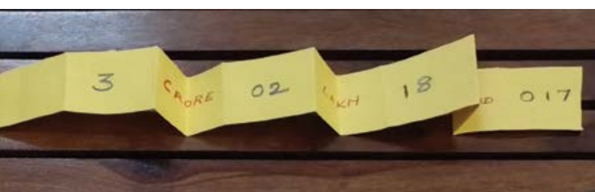
इस चर्चा को आगे बढ़ाकर इस दिशा में भी ले जाया जा सकता है कि सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है? यह जानना कि संख्याएँ कभी ख़त्म नहीं होंगी विद्यार्थियों के लिए बेहद आश्चर्यजनक हो सकता है। उन्हें खुद इस नतीजे पर पहुँचने दें।

कभी-कभी विद्यार्थियों को ऐसी ग़लतफ़हमी हो जाती है कि अनन्त सबसे बड़ी संख्या है। अनन्त और बहुत बड़ी संख्याओं की अवधारणा व इनके बीच के अन्तर को समझने में विद्यार्थियों की मदद करें। अनन्त कोई संख्या नहीं है। इसका मतलब है कि संख्याएँ लगातार जारी रहती हैं। इसे अनन्तता के अन्य सन्दर्भों से जोड़कर दिखाएँ। उदाहरण के लिए दिए गए किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच कितने बिन्दु खोजे जा सकते हैं?

जब विद्यार्थी खगोलीय दूरियों के बारे में जानना शुरू करेंगे तो उनका सामना एक नए माप 'प्रकाश वर्ष' से होगा। तारों और आकाशगंगाओं के बीच की विशाल दूरियों को व्यक्त करने की समस्या और प्रकाश वर्ष के आविष्कार की ऐतिहासिक आवश्यकता के बारे में उनसे चर्चा करें। एक प्रकाश वर्ष प्रकाश द्वारा एक वर्ष में तय की गई दूरी होती है। यह 10 ट्रिलियन किलोमीटर से थोड़ा कम है।

घातांकी संख्याएँ, केल्कुलेटर में दर्शाई गई संख्याएँ और वैज्ञानिक चिन्हों से परिचय इस दिशा में हमारी अगली सीढ़ी होगी।

शिक्षण सहायता



अ : चरण-दर-चरण पढ़ना

उद्देश्य : संख्याओं के नाम पढ़ने का कौशल विकसित करना।

टिप्पणी : हज़ार और दस हज़ार को मिलाकर हज़ार के एक परिवार के रूप में माना जाता है। इसी तरह लाख और दस लाख दोनों मिलाकर लाख के परिवार से सम्बन्धित होते हैं आदि। इन्हें एक साथ पढ़ा जाता है।

इस स्तर पर पहुँचने तक विद्यार्थी दस हज़ार या एक लाख तक की संख्याओं को पढ़ना पहले से ही जानते हैं। लाख और करोड़ से उनका परिचय कराते समय आप उनकी मदद करने के लिए उन संख्याओं से पढ़ाना शुरू कर सकते हैं जिन्हें पढ़ना वे पहले से जानते हैं और फिर नए स्थानों (लाख एवं करोड़) का नाम उन्हें बता सकते हैं।

कार्ड को चरण-दर-चरण खोलें जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। पहले केवल इकाई, दहाई और सैकड़े के अंक (017) दर्शाएँ। इसे सत्रह पढ़ें।

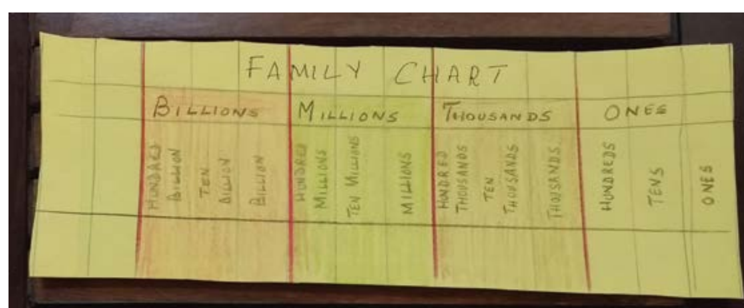
फिर हज़ार वाला ब्लॉक (18,017) खोलें। (टिप्पणी : हज़ार और दस हज़ार की संख्याएँ एक साथ पढ़ी जाती हैं।) इसे अठारह हज़ार सत्रह पढ़ें।

फिर लाख वाला ब्लॉक (02,18,017) खोलें। (लाख व दस लाख दोनों एक साथ पढ़े जाते हैं।) इसे दो लाख अठारह हज़ार सत्रह पढ़ें।

और अन्त में पूरी संख्या (3,02,18,017) एक साथ खोलें। इसे तीन करोड़, दो लाख, अठारह हज़ार सत्रह पढ़ें।

ब : ब्लॉक्स में पढ़ना (उदाहरण अन्तर्राष्ट्रीय प्रणाली पर आधारित है।)

उद्देश्य : ब्लॉक्स में पढ़ने में सहायता करना।



यह उदाहरण अमेरिकन प्रणाली पर आधारित है जिसमें एक बिलियन 1000 मिलियन के बराबर होता है।

सामग्री : स्थानीय मान चार्ट जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है।

ब्लॉक्स में पढ़ना (चरण-दर-चरण) सीखने में मदद करने के लिए रंगीन रीडिंग चार्ट्स का इस्तेमाल करें।

टिप्पणी : अन्तर्राष्ट्रीय प्रणाली में हज़ार, दस हज़ार और सौ हज़ार, हज़ार के परिवार से सम्बन्धित होते हैं। इसी तरह मिलियन, दस मिलियन, सौ मिलियन, मिलियन के परिवार से सम्बन्धित होते हैं आदि।

6,247,148.

सबसे पहले मिलियन (मिलियन परिवार के) के स्थान के अंक को पढ़ने में विद्यार्थियों की मदद करें। 6 का स्थानीय मान पहचानने के लिए विद्यार्थियों को दाईं ओर से स्थानों को नाम देने की आवश्यकता होगी। इसे छह मिलियन पढ़ें।

हज़ार के परिवार के सदस्य एक साथ पढ़े जाते हैं। दो सौ सैंतालीस हज़ार। इसे छह मिलियन, दो सौ सैंतालीस हज़ार पढ़ें।

अन्त में पूरी संख्या एक साथ पढ़ें। इसे छह मिलियन, दौ सौ सैंतालीस हज़ार, एक सौ अड़तालीस पढ़ें।

स : ब्लॉक्स में लिखना

उद्देश्य : ब्लॉक्स में लिखने में मदद करना।

सामग्री : स्थानीय मान चार्ट जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है।

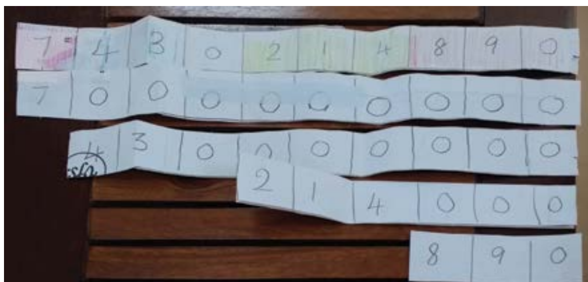
छूटे हुए स्थानों में विद्यार्थी शून्य लिखेंगे।

पढ़ाई गई संख्याओं को लिखने के लिए विद्यार्थियों को शुरू में स्थानीय मान चार्ट का इस्तेमाल करने के लिए प्रेरित करना चाहिए।



द : विघटन

उद्देश्य : संख्या को उसके घटकों के रूप में तोड़ना।



सामग्री : विस्तारित नोटेशन कार्ड्स जैसे कि चित्र में दर्शाए गए हैं। शुरुआत में संख्याओं को अपने परिवार समूहों में विघटित किया जा सकता है।

बाद में उन्हें अलग-अलग किया जा सकता है यानी कि सौ हज़ार अलग, दस हज़ार अलग, हज़ार अलग आदि।

ई : बनाना और पढ़ना

उद्देश्य : बड़ी संख्याओं को पढ़ना सीखने के लिए ढाँचा बनाना।



सामग्री : 3 अंकों वाली संख्याओं के समूह विद्यार्थी संख्याएँ बना सकते हैं और उन्हें पढ़ने का अभ्यास कर सकते हैं। पढ़ते समय तीन अंकों का प्रत्येक समूह एक परिवार के रूप में देखा जाएगा।

फ : स्लाइड के साथ मज़े

उद्देश्य : विभिन्न स्थानों के बीच के सम्बन्ध को समझना।



सामग्री : स्लाइड, एक बैकग्राउण्ड कार्ड जिस पर शून्य लिखे हों, सामने की ओर बड़ी संख्या वाले ऐसे कार्ड्स जिसकी संख्याएँ बदली जा सकती हों जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है।

चित्र में दर्शाए गए तरीक़े से स्लाइड का इस्तेमाल करें। 10 या 100 या 1000 से गुणा को दर्शाने के लिए आगे वाले कार्ड को सरकाएँ।

टिप्पणी : क्या सभी संख्याएँ स्थानीय मान के अनुसार ही पढ़ी जाती हैं? फोन नम्बर, रजिस्ट्रेशन नम्बर और पहचान संख्याओं के बारे में क्या ख़्याल है। यह सभी बड़ी संख्याओं जैसे लगते हैं, पर वास्तव में यह संख्याओं से कहीं ज़्यादा कोडवर्ड हैं और ऐसी संख्याओं के लिए स्थानीय मान के कोई मायने नहीं होते।

सवाल हल करना

यहाँ ऐसे सवालों का एक समूह दिया गया है जो मात्रात्मक साक्षरता बनाने और संख्याओं की समझ बढ़ाने में मदद कर सकते हैं। इन सवालों को विद्यार्थियों के सामने रखिए। इन्हें हल करने के लिए उन्हें गणित करने की आवश्यकता है। (गणित करने का मतलब है कि उन्हें कुछ कल्पनाएँ करनी होंगी, यदि ज़रूरत हुई तो स्रोतों के बारे में चर्चा करनी होगी व उनका इस्तेमाल करना होगा और फिर गणना करनी होगी।) विद्यार्थी देखते हैं कि परिणाम वास्तविक जीवन की स्थितियों में लागू होते हैं और अनुमान और अन्दाज़ से प्राप्त होते हैं। वे दिए गए किसी जवाब की तार्किकता को जाँचने के लिए अनुमान का इस्तेमाल भी कर सकते हैं। इन सवालों को हल करने के लिए विद्यार्थियों को अपनी विधियाँ व चरण विकसित करने चाहिए। एक अनुमान पर पहुँचने के लिए रणनीतियाँ विकसित करने में की गई व्यवस्थित सोच की प्रक्रिया वास्तविक जवाब से कहीं अधिक महत्त्वपूर्ण होती है।

'अंकगणितीय रूप से सोचना सीखना गणितीय साक्षरता को जन्म देता है।' (एनसीटीएम)

मैंने एक सम्भावित रास्ता सुझाया है जिसे विद्यार्थी केवल गतिविधि 1 व गतिविधि 3 के लिए आजमा सकते हैं। यह अत्यन्त महत्त्वपूर्ण है कि विद्यार्थियों को रणनीतियाँ बनाने दी जाएँ। उनके द्वारा लगाए गए अनुमान, इस्तेमाल की गई रणनीतियों, तरीक़ों (बीच के चरण) और परिणाम को दर्ज करना भी उतना ही महत्त्वपूर्ण है।

गतिविधि 1 : मैं हर रोज़ चावल के कितने दाने खाता हूँ?

उद्देश्य : एक हज़ार तक की संख्याओं के सापेक्ष परिमाण की समझ विकसित करना।

सामग्री : एक कटोरी चावल के दाने, काग़ज़ की प्लेट्स।



पहली प्लेट में 1 दाना रखें। फिर 10 दाने गिनकर दूसरी प्लेट में रखें।

अब एक बार में लगभग 10 दाने उठाएँ (इस समय गिनने की ज़रूरत नहीं है)। तीसरी प्लेट में लगभग 100 दाने रखने के लिए दस बार ऐसा करें।

अब एक बार में लगभग 100 दाने (बिना गिने) उठाएँ। चौथी प्लेट में लगभग 1000 दाने रखने के लिए दस बार ऐसा करें।

अन्त में शिक्षक एक व्यक्ति द्वारा प्रतिदिन खाए जाने वाले चावल की सामान्य माप साझा कर सकते हैं। विद्यार्थी अपने 1000 दानों को मापने वाली एक कटोरी में डालकर देख सकते हैं कि एक दिन में वे कितना चावल खाते हैं।

गतिविधि 2 : क्या हम दुनिया के चारों ओर गोल चक्कर लगा सकते हैं?

तथ्य : पृथ्वी का व्यास 12,756 किलोमीटर है।

उद्देश्य : दस हज़ार की समझ बनाना।

सवाल : मान लो कि दस हज़ार विद्यार्थी हाथ पकड़कर एक पंक्ति में खड़े हैं।

वे कितनी दूर तक पहुँचेंगे?

क्या वे फुटबॉल के एक मैदान को पार कर जाएँगे?

क्या तुम्हारे प्रदेश को पार कर जाएँगे?

क्या भारत को पार कर जाएँगे?

भूमध्य रेखा तक पहुँच जाएँगे?



गतिविधि 3 : कितने लोग क्रिकेट मैच देख रहे हैं?

तथ्य : भारत के सॉल्ट लेक स्टेडियम में नवीनीकरण से पहले 2011 में 1,20,000 सीट थीं।

उद्देश्य : एक लाख की समझ बनाना।

तरीका : विद्यार्थी अपनी कक्षा में बैठ सकने वाले लोगों की गिनती कर सकते हैं। स्कूल के प्रार्थना सभा के हॉल में बैठ सकने वाले लोगों की संख्या का अनुमान लगा सकते हैं। वे किसी परिचित थियेटर हॉल या ऑडीटोरियम की क्षमता पता कर सकते हैं और उसके हिसाब से अनुमान लगा सकते हैं। जहाँ आवश्यक हो वहाँ पूर्णन भी कर सकते हैं।



जवाब पता करने के लिए विद्यार्थियों द्वारा दिए गए सुझावों पर चर्चा करें।

उन्हें अपने जवाब लिखित में दर्ज करने के लिए प्रेरित करें।

1,20,000 हमारी कक्षा के कमरों जैसे लगभग 2,000 कमरों के बराबर है।

1,20,000 लगभग 600 थियेटर में लगी सीटों की संख्याओं के बराबर है।



गतिविधि 4 : अस्त-व्यस्त बाल

तथ्य : एक व्यक्ति के सिर पर लगभग 1,00,000 बाल होते हैं।

उद्देश्य : सौ हज़ार की समझ बनाना।

सामग्री : एक मिलीमीटर वाली ग्राफ़ बुक के कुछ पन्ने।

विद्यार्थियों को एक मिलीमीटर ग्राफ़ का पन्ना दें।

सवाल : पता करो कि 1,00,000 (मिलीमीटर) छोटे चौकोरों के लिए हमें ग्राफ़ के ऐसे कितने पन्नों की ज़रूरत होगी।

गतिविधि 5 : चाँद पर पहुँचना

तथ्य : पृथ्वी से चाँद की दूरी 3,84,400 किलोमीटर है।

उद्देश्य : ऊँचाई के सन्दर्भ में एक लाख की समझ बनाना।

सवाल : मान लो कि एक लाख विद्यार्थी एक के ऊपर एक (कंधे पर) खड़े हैं।

वे कितनी ऊँचाई तक पहुँचेंगे?

क्या वे कुतुबमीनार जितने ऊँचे होंगे?

क्या वे संसार की सबसे ऊँची इमारत जितनी ऊँचाई पर होगें?

क्या वे एक उपग्रह बराबर ऊँचाई पर होंगे?

या फिर वे चाँद के बराबर ऊँचाई पर होंगे?





गतिविधि 6 : कितनी जगह होगी?

उद्देश्य : क्षमता के सन्दर्भ में एक मिलियन की समझ बनाना।

सामग्री : क्यूब्स का एक समूह।

सवाल : अनुमान लगाओ कि एक मिलियन क्यूब्स कितनी जगह घेरेंगे।

क्या वे एक अलमारी में फिट हो पाएँगे?

क्या वे क्लास में फिट हो पाएँगे?

क्या वे प्रार्थना सभा के हॉल में फिट हो पाएँगे?

गतिविधि 7 : कितना भारी?

तथ्य : ब्लू व्हेल का वज़न लगभग 140,000 किलोग्राम होता है।

एक एशियाई हाथी का वज़न 5,500 किलोग्राम होता है।

उद्देश्य : वज़न के सन्दर्भ में सौ हज़ार (एक लाख) की समझ बनाना।

क्या विद्यार्थी इस अतिविशाल वज़न को समझने के लिए अपने वज़न के ज्ञान का उपयोग कर सकते हैं?



गतिविधि 8 : मैंने कितना पढ़ा?



उद्देश्य : सौ मिलियन की समझ बनाना (एक मिलियन 10 लाख के बराबर होता है)।

सामग्री : किसी भी पुस्तक का छपा हुआ पन्ना।

विद्यार्थियों को पूरी तरह शब्दों से भरा एक पन्ना दें।

सवाल : पता करो कि एक सौ मिलियन अक्षर पढ़ने के लिए हमें कितनी किताबों की ज़रूरत होगी।



गतिविधि 9 : मेरी क्या उम्र है?

उद्देश्य: समय के सन्दर्भ में एक मिलियन और बिलियन की समझ बनाना (एक बिलियन एक अरब के बराबर होता है)।

सवाल: यदि तुम एक मिलियन सैकेण्ड तक जीवित रहे, तो तुम्हारी उम्र क्या होगी?

अपने दसवें जन्मदिन पर तुम्हारी उम्र कितने सैकेण्ड होगी?

क्या कोई भी एक बिलियन सैकेण्ड तक जीता है?

गतिविधि 10 : यदि मैं अमीर होता!

उद्देश्य : चैक लिखते समय बड़ी संख्याएँ लिखने का अभ्यास करना।

सवाल : यदि तुम्हारी क्लास को एक मिलियन रुपए खर्च करना हो तो कैसे करेगी?

इस तरह के सवाल को सन्दर्भ के साथ पेश किया जा सकता है। तुम्हारी क्लास एक हफ़्ते के लिए एक अभियान पर अंटार्कटिका जा रही है। इस अभियान के लिए तुम्हें किन-किन चीज़ों की आवश्यकता होगी? खाना? कपड़े? गजैट्स?

विद्यार्थी अपनी इच्छा सूची में शामिल विभिन्न वस्तुओं की क़ीमतों के आँकड़े इकट्ठे कर सकते हैं।





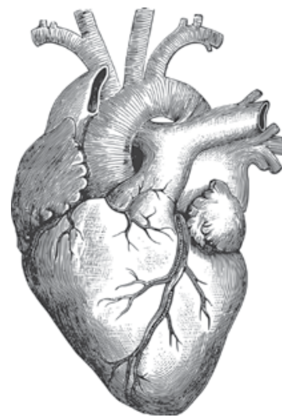
गतिविधि 11 : चलना सबसे अच्छा है!

उद्देश्य : दूरी के सन्दर्भ में मिलियन की समझ विकसित करना।

सवाल : क्या मैं कभी कुल एक मिलियन किलोमीटर की दूरी तक पैदल चल पाऊँगा?

विद्यार्थी अपने पैदल चलने की दर कैसे पता करेंगे? एक व्यक्ति प्रतिदिन कितने घण्टे पैदल चल सकता है? क्या सवाल हल करने के विद्यार्थियों के तरीक़े वास्तविक हैं?

गतिविधि 12 : मेरा दिल धड़क रहा है!

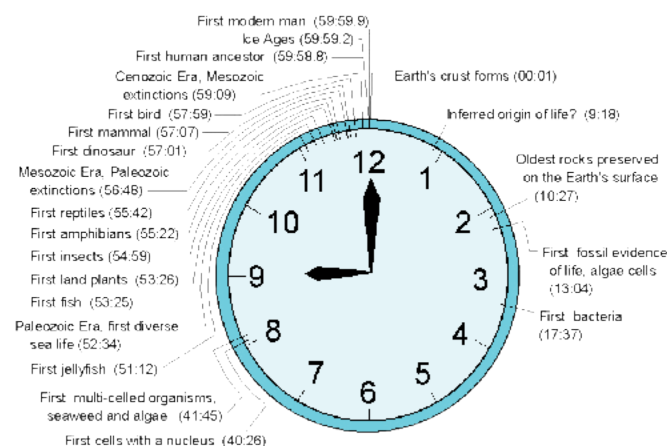


उद्देश्य : समय के सन्दर्भ में बिलियन की समझ विकसित करना।

सवाल : यदि मैं 80 साल की उम्र तक जिऊँ तो मेरा दिल कितनी बार धड़केगा?

यह पता करने के लिए विद्यार्थियों को कौन-कौन-सी जानकारियों की आवश्यकता होगी? विद्यार्थी एक पद्धति के रूप में पैमाने का इस्तेमाल किस तरह करेंगे?

क्या प्रति मिनट धड़कन की गिनती कर यह जानकारी इकट्ठी की जा सकती है? क्या इसका कोई एक सटीक जवाब हो सकता है? या फिर यह बदलता रह सकता है?



4.6 billion years in one hour

गतिविधि 13 : मानव इतिहास की राह

उद्देश्य : पृथ्वी पर मनुष्य के आगमन को दर्शाने के लिए 24 घण्टे की घड़ी इस्तेमाल करने का कौशल विकसित करना (इसमें पैमाने और अनुपात के विचारों का अन्तर्निहित उपयोग है)।

सवाल : पृथ्वी के इतिहास और पृथ्वी पर मानव के आगमन को दर्शाने के लिए विद्यार्थी 24 घण्टे की एक घड़ी बना सकते हैं।

ऐसा करने के लिए उन्हें किस जानकारी की आवश्यकता होगी? प्रत्येक घण्टे द्वारा कितने वर्षों को दर्शाना होगा? पृथ्वी पर डाइनासोर कब होते थे? यदि घण्टों के रूप में बात करें तो यह कितने वर्ष पहले की बात होगी?

एक स्थानीय मान प्रणाली और उसमें इस्तेमाल होने वाले अंकों की संख्या के बीच क्या सम्बन्ध होता है?

हिन्दू-अरेबिक संख्या प्रणाली में आधार 10, स्थानीय मान का विचार और शून्य का इस्तेमाल दोहरी भूमिका यानी कि एक अंक और स्थानधारक दोनों के रूप में होता है। हिन्दू-अरेबिक संख्या प्रणाली में बहुत बड़ी संख्याओं को लिखने की भी अनुमति होती है।

रोमन संख्या प्रणाली किस तरह कार्य करती है इस ओर उनका ध्यान आकर्षित करें। रोमन प्रणाली में कुछ अक्षर किसी ख़ास मात्रा को निरूपित करते हैं। प्रत्येक अक्षर समान मान रखता है चाहे उसे किसी भी स्थान पर रखा जाए। शून्य को किसी भी रूप में नहीं दर्शाया जाता।

I II III IV
V VI VI VIII
IX X XI XII
L C D M

गतिविधि 14 : रोमन संख्याओं और हिन्दू अरेबिक संख्याओं का संयोजन

उद्देश्य : हिन्दू-अरेबिक प्रणाली की दक्षता को सराहना।

पहले से ज़रूरी : रोमन संख्याओं से परिचय I = 1, V = 5, L = 50, C = 100 तथा M = 1000

यदि किसी अंक के ऊपर बार लाइन बनाई गई हो तो उसका मतलब होता है कि उसे 1000 से गुणा किया गया है।

उदाहरण के लिए V के ऊपर एक बार खींचा गया है तो उसका मतलब हुआ 5000। यदि M के ऊपर बार हो तो उसका मान होगा 1,000,000।

सवाल : विद्यार्थियों को (लाख तक की) कुछ संख्याएँ शब्दों में लिखकर दी जा सकती हैं और उनसे इन संख्याओं को दोनों प्रणालियों में दर्शाने के लिए कहा जा सकता है। संख्याओं को पढ़ने-लिखने की इस प्रक्रिया में वे हिन्दू-अरेबिक प्रणाली की सरलता व इसकी दक्षता को समझेंगे।

50,000 को रोमन प्रणाली में किस तरह लिखेंगे?

उन्हें जोड़ के कुछ सवाल भी दिए जा सकते हैं जिन्हें पहले वे रोमन प्रणाली में हल करें और फिर दशमलव प्रणाली का इस्तेमाल करके अपना उत्तर जाँच लें।

उदाहरण : 23+58

इन्हें हम रोमन अंकों में किस तरह लिखेंगे?

23 को XXIII लिखेंगे और 58 को LVIII लिखेंगे।

यदि हम दोनों को एक साथ लिखें तो यह होगा XXIII LVIII ।

अब हमें इसे घटते क्रम में व्यवस्थित करना है। ऐसा करने पर यह LXXVIIIIII हो जाएगा। हम देखते हैं कि यहाँ छह I हैं जो कि VI के समान हुआ।

अब हम संख्या को LXXVVI लिख सकते हैं। अब यहाँ दो V हैं जो कि मिलकर एक X के बराबर होते हैं। अब हम संख्या को LXXX लिख सकते हैं।

अब हम हिन्दू-अरेबिक प्रणाली का इस्तेमाल कर जाँच सकते हैं कि हमारा जवाब सही है या नहीं।

टिप्पणी : इस स्थान पर आर्यभट्ट और शून्य की संकल्पना के उनके महत्त्वपूर्ण योगदान के बारे में विद्यार्थियों से बात करें। हालाँकि उन्होंने शून्य के लिए उस प्रतीक का इस्तेमाल नहीं किया था जो हम आज करते हैं लेकिन उन्होंने शून्य पर आधारित स्थानीय मान प्रणाली ज़रूर विकसित की थी।

प्रोजेक्ट्स

विद्यार्थियों को निम्न विषयों पर खोज करने को कहें :

शब्दकोश : शब्दकोश में कितने शब्द हैं?

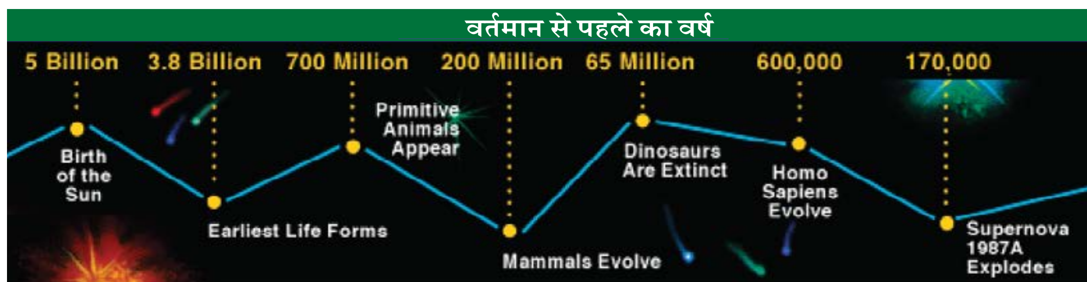
अँग्रेज़ी भाषा के शब्दकोश में लगभग 8,000,000 शब्द हैं।

ब्रह्माण्ड : आकाशगंगा में कितने तारे हैं?

पूरी तरह से साफ़ रात के आसमान में हम लगभग 2500 तारे देख सकते हैं।

सौर मण्डल : सौर मण्डल का एक मॉडल बनाना (पैमाने पर आधारित संस्करण जिसमें सभी दूरियाँ व व्यास वास्तविक दूरियों व व्यास के आनुपातिक हों)।

पृथ्वी : पृथ्वी की उम्र



जनसंख्या : भारत के विभिन्न राज्यों की जनसंख्या के आँकड़े।

मानव शरीर : कोशिकाओं की संख्या।

रक्त की एक बूँद में लगभग पाँच मिलियन लाल रक्त कोशिकाएँ हो सकती हैं।

बजट : विभिन्न परियोजनाओं के लिए धन का आवंटन।

खेल : पैसे के सन्दर्भ में बड़ी संख्याओं के इस्तेमाल का अभ्यास करने के लिए मोनोपोली या बिजनेस खेल का उपयोग करें।



खोजने के लिए कुछ और सवाल !

कुतुब मीनार तुमसे कितने गुना ऊँची है?

भारत में बारह वर्ष की उम्र के कितने बच्चे हैं?

भारत में कितने किलोमीटर रेलमार्ग है?

चींटियों की एक कॉलोनी में कितनी चींटियाँ हैं?

खेल 1 : संख्याएँ बनाना

उद्देश्य : 8 अंकों की संख्याओं को पढ़ने का अभ्यास करना।

सामग्री : 0 से 9 तक की संख्याओं के संख्या कार्ड के 3 सेट, (लगभग 10) कार्य कार्ड।

कार्य कुछ इस प्रकार हो सकते हैं जैसे '5,00,00,000 की सबसे निकटतम संख्या बनाना', '8 अंकों की सबसे बड़ी संख्या बनाना', '8 अंकों की एक ऐसी संख्या बनाना जिसमें दस हज़ार के स्थान पर सबसे बड़ा अंक हो'।

खिलाड़ियों की संख्या : 4

संख्या कार्ड व कार्य कार्ड दोनों को उल्टा करके रखें। पहला खिलाड़ी ढेर में से 8 संख्या कार्ड और एक कार्य कार्ड को चुन ले। उस खिलाड़ी को कार्डों को इस तरह व्यवस्थित करना है कि वह उसके कार्य के अनुरूप सबसे अच्छी तरह फिट हो। यदि दूसरा खिलाड़ी उसी कार्य को करने का बेहतर तरीक़ा सुझा सकता है तो पहले खिलाड़ी को कोई पाइंट नहीं मिलेगा। अन्यथा पहले खिलाड़ी को पाइंट्स मिलेंगे। प्रत्येक खिलाड़ी बारी-बारी से खेलेंगे। कुछ दौर के खेल के बाद जिस खिलाड़ी के पाइंट्स सबसे ज़्यादा होंगे वह विजेता होगा।

खेल 2 : सुनो ! बनाओ !

उद्देश्य : 8 अंकों की संख्याओं को भारतीय प्रणाली में लिखने व पढ़ने का अभ्यास करना।

सामग्री : आठ अंकों की संख्याओं के चुनौतीपूर्ण संख्या कार्ड्स।

खिलाड़ियों की संख्या : 2

संख्या कार्डों को पलटकर रखें। पहला खिलाड़ी ढेर से एक संख्या कार्ड का चयन करे और दूसरे खिलाड़ी को संख्या दिखाए बिना उसे ज़ोर से पढ़े। दूसरा खिलाड़ी उस संख्या को लिखे। (आप यह शर्त भी रख सकते हैं कि एक बार संख्या लिखने के बाद सुधार की अनुमति नहीं होगी।) फिर दूसरा खिलाड़ी एक संख्या कार्ड चुने और पहला खिलाड़ी उस संख्या को लिखे। हर दौर के लिए एक सही संख्या लिखने वाले खिलाड़ी को एक पाइंट मिलेगा।

इस पुलआउट में 100 शून्य थे; अब यह 102 है; अब 103; अब 104;...

सन्दर्भ : कृपया https://sites.google.com/site/largenumbers/home/1-1/new_intro भी देखें।



पद्मप्रिया शिराली

पद्मप्रिया शिराली ऋषिवैली स्कूल, आन्ध्रप्रदेश के कम्युनिटी मैथमैटिक्स सेन्टर में 1983 से काम कर रही हैं। वे गणित,कम्प्यूटर, भूगोल,अर्थशास्त्र, पर्यावरण विज्ञान तथा तेलुगु भाषा का अध्यापन करती रही हैं। आजकल वे आउटरीच कार्यक्रम के तहत एससीईआरटी, आन्ध्रप्रदेश के साथ उनके पाठ्यक्रम सुधार तथा प्राथमिक स्तर की गणित पाठ्यपुस्तकों के निमार्ण में संलग्न हैं। 1990 के दशक में उन्होंने जाने- माने गणितज्ञ श्री पी.के. श्रीनिवासन के साथ काम किया है। वे ऋषिवैली स्कूल की मल्टीग्रेड लर्निंग प्रोग्राम टीम का हिस्सा भी रही हैं, जिसे 'स्कूल इन ए बाक्स' के नाम से जाना जाता है। उनसे padmapriya.shirali@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

यह अज़ीम प्रेमजी विश्वविद्यालय तथा कम्युनिटी मैथमैटिक्स सेन्टर, ऋषिवैली की संयुक्त पत्रिका Azim Premji University's At Right Angles (a resource for school mathematics) Volume 6, N0.2 August 2017 में प्रकाशित Secret World of Large Numbers का हिन्दी अनुवाद है।

अनुवाद : कविता तिवारी **सम्पादन :** राजेश उत्साही